**Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение - средняя общеобразовательная школа № 24 с углубленным изучением отдельных предметов гуманитарного профиля им. И.С. Тургенева г. Орла**

Приложение к ООП СОО

Приказ от 02.08.2023г. № 182-Д

Рабочая программа по ГЕОМЕТРИИ (углублённый уровень)

10 - 11 классы

**Содержание учебного курса (по годам обучения)**

**10 класс**

**Прямые и плоскости в пространстве**

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стере­ометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекаю­щиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоско­стей в пространстве: параллельные прямые в пространстве; па­раллельность трёх прямых; параллельность прямой и плоско­сти. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изо­бражение фигур в параллельной проекции. Углы с со направленными сторонами; угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости; свойства па­раллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед; построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикуляр­ные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной пло­скости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и на­клонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпен­дикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью; дву­гранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

**Многогранники**

Виды многогранников; развёртка многогранника. Призма: n-угольная призма; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоуголь­ный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на по­верхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида: n-угольная пирамида; правиль­ная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правиль­ная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб. Представление о пра­вильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности пря­мой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхно­сти прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверх­ности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правиль­ных многогранников. Симметрия в правильном многогранни­ке: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

**Векторы и координаты в пространстве**

Понятия: вектор в пространстве; нулевой вектор, длина не­нулевого вектора; векторы коллинеарные, со направленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов; сумма нескольких векторов; умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

**11 класс**

**Тела вращения**

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверх­ность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости; касательная пло­скость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Раз­вёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, впи­санная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сфе­ры, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса; площадь сферы и её частей.

Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей по­верхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереоме­трических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сече­ния цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через верши­ну), сечения шара; методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

**Векторы и координаты в пространстве**

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Вектор­ное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-век­торный метод при решении геометрических задач.

**Движения в пространстве**

Движения пространства. Отображения. Движения и равен­ство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: парал­лельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симме­трия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Пря­мая и сфера Эйлера.

**Планируемые результаты освоения учебного предмета «Геометрия» на уровне среднего общего образования**

**Личностные результаты**

*Гражданское воспитание:* сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского обще­ства (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с со­циальными институтами в соответствии с их функциями и на­значением.

*Патриотическое воспитание:* сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских матема­тиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах эконо­мики.

*Духовно-нравственного воспитания:* осознанием духовных ценностей российского народа; сфор­мированностью нравственного сознания, этического поведе­ния, связанного с практическим применением достижений на­уки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в по­строение устойчивого будущего.

*Эстетическое воспитание:* эстетическим отношением к миру, включая эстетику матема­тических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуж­дений; восприимчивостью к математическим аспектам различ­ных видов искусства.

*Физическое воспитание:* сформированностью умения применять математические зна­ния в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответ­ственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физи­ческая активность); физического совершенствования, при за­нятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

*Трудовое воспитание:* готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; ин­тересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совер­шать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протя­жении всей жизни; готовностью к активному участию в реше­нии практических задач математической направленности.

*Экологическое воспитание:* сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального харак­тера экологических проблем; ориентацией на применение ма­тематических знаний для решения задач в области окружаю­щей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

*Ценности научного познания:* сформированностью мировоззрения, соответствующего со­временному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математиче­ской культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

**Метапредметные результаты**

1)*Универсальные познавательные действия*, обеспечива­ют формирование базовых когнитивных процессов обучаю­щихся (освоение методов познания окружающего мира; при­менение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

*Базовые логические действия:* выявлять и характеризовать существенные признаки мате­матических объектов, понятий, отношений между понятия­ми; формулировать определения понятий; устанавливать су­щественный признак классификации, основания для обоб­щения и сравнения, критерии проводимого анализа; воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и об­щие; условные; выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утвержде­ниях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий; делать выводы с использованием законов логики, дедуктив­ных и индуктивных умозаключений, умозаключений по ана­логии; проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргу­ментацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновы­вать собственные суждения и выводы; выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать не­сколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

*Базовые исследовательские действия:* использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противо­речие, проблему, устанавливать искомое и данное, формиро­вать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение; проводить самостоятельно спланированный эксперимент, ис­следование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами; самостоятельно формулировать обобщения и выводы по ре­зультатам проведённого наблюдения, исследования, оцени­вать достоверность полученных результатов, выводов и обоб­щений; прогнозировать возможное развитие процесса, а также вы­двигать предположения о его развитии в новых условиях.

*Работа с информацией:* выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи; выбирать информацию из источников различных типов, ана­лизировать, систематизировать и интерпретировать инфор­мацию различных видов и форм представления; структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически; оценивать надёжность информации по самостоятельно сфор­мулированным критериям.

2)*Универсальные коммуникативные действия*, обеспечи­вают сформированность социальных навыков обучающихся.

*Общение:* воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выра­жать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат; в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждае­мой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формули­ровать разногласия, свои возражения; представлять результаты решения задачи, эксперимента, ис­следования, проекта; самостоятельно выбирать формат вы­ступления с учётом задач презентации и особенностей ауди­тории.

*Сотрудничество:* понимать и использовать преимущества командной и инди­видуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию со­вместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения не­скольких людей; участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодей­ствия.

3)*Универсальные регулятивные действия*, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

*Самоорганизация:* составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных воз­можностей, аргументировать и корректировать варианты ре­шений с учётом новой информации.

*Самоконтроль:* владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их ре­зультатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи; предвидеть трудности, которые могут возникнуть при реше­нии задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявлен­ных трудностей; оценивать соответствие результата цели и условиям, объяс­нять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретён­ному опыту.

**Предметные результаты**

Освоение учебного курса «Геометрия» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

**10 класс**

Свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассужде­ний. Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач. Классифицировать взаимное расположение прямых в про­странстве; плоскостей в пространстве; прямых и плоскостей в пространстве. Свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве; между пря­мой и плоскостью. Свободно оперировать понятиями, связанными с многогран­никами. Свободно распознавать основные виды многогранников (при­зма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб). Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации. Свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью. Выполнять параллельное, центральное и ортогональное про­ектирование фигур на плоскость; выполнять изображения фигур на плоскости. Строить сечения многогранников различными методами, вы­полнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу. Вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул. Свободно оперировать понятиями: симметрия в простран­стве; центр, ось и плоскость симметрии; центр, ось и пло­скость симметрии фигуры. Свободно оперировать понятиями, соответствующими векто­рам и координатам в пространстве. Выполнять действия над векторами. Решать задачи на доказательство математических отноше­ний и нахождение геометрических величин, применяя из­вестные методы при решении математических задач повы­шенного и высокого уровня сложности. Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометриче­ских задач. Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информа­цию о пространственных геометрических фигурах, представ­ленную на чертежах и рисунках. Применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные по­нятия в процессе поиска решения математически сформули­рованной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с исполь­зованием геометрических понятий и теорем, аппарата алге­бры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин. Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

**11 класс**

Свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндри­ческой, конической и сферической поверхностями; объяс­нять способы получения.

Оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром. Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения. Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости. Вычислять величины элементов многогранников и тел вращения; объёмы и площади поверхностей многогранни­ков и тел вращения, геометрических тел с применением формул. Свободно оперировать понятиями, связанными с комбинаци­ями тел вращения и многогранников: многогранник, вписан­ный в сферу и описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или тело вращения. Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел. Изображать изучаемые фигуры; выполнять (выносные) пло­ские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения. Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информа­цию о пространственных геометрических фигурах, представ­ленную на чертежах и рисунках. Свободно оперировать понятием вектор в пространстве. Выполнять операции над векторами. Задавать плоскость уравнением в декартовой системе коор­динат. Решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями; вычисление расстояний от точки до плоскости; в целом, на применение векторно-координат­ного метода при решении. Свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве; знать свойства движений. Выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зер­кальной симметрии, при повороте вокруг прямой; преобра­зования подобия. Строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения ко­нуса (параллельное основанию и проходящее через верши­ну), сечения шара. Использовать методы построения сечений: метод следов, ме­тод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости. Доказывать геометрические утверждения. Применять геометрические факты для решения стереометри­ческих задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме. Решать задачи на доказательство математических отноше­ний и нахождение геометрических величин. Применять программные средства и электронно-коммуника­ционные системы при решении стереометрических задач. Применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации; применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска ре­шения математически сформулированной проблемы, моде­лировать реальные ситуации на языке геометрии, исследо­вать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин. Иметь представления об основных этапах развития геоме­трии как составной части фундамента развития технологий.

**Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения)**

**10 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Содержание материала** | **Характеристики основных видов деятельности ученика**  **(на уровне учебных действий)** |
| 1. | **Введение в стереометрию (22 ч)** | |
|  | Основные пространственные фи­гуры. Понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллель­ных прямых (отрезков), середины отрезка. Понятия: пересекающиеся пло­скости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство. Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объек­тов. Аксиомы стереометрии и первые следствия из них. Способы задания прямых и пло­скостей в пространстве. Обозначения прямых и плоско­стей. Сечения. Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения. Повторение планиметрии. Теорема о пропорциональных отрезках. Подобие треугольников. Теорема Менелая. Расчёты в сечениях на выносных чертежах. История развития планиметрии и стереометрии | Определять плоскость как фигуру, в которой выполняется планиметрия. Делать простейшие логические выводы из ак­сиоматики плоскости. Приводить примеры реальных объектов, идеа­лизацией которых являются аксиомы геоме­трии. Изучать, применять принципы построения се­чений. Использовать для построения сечений метод следов, метод внутреннего проектирования, ме­тод переноса секущей плоскости. Решать стереометрические задачи: на определе­ние вида сечения и нахождение его площади. Актуализировать факты и методы планиме­трии, релевантные теме, проводить аналогии. Использовать при решении задач следующие планиметрические факты и методы: Теоремы Фалеса и о пропорциональных отрез­ках. Алгоритм деления отрезка на n равных частей. Теорема Менелая. Равнобедренный треугольник. Равносторонний треугольник. Прямоугольный треугольник. Свойство средней линии треугольника Свойство биссектрисы угла треугольника Свойство медиан треугольника Признаки подобия треугольников. Получать представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий |
| 2. | **Взаимное расположение прямых в пространстве (6 ч)** | |
|  | Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельные прямые в пространстве. Теорема о существовании и единственности прямой параллельной данной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на данной прямой. Лемма о пересечении параллель­ных прямых плоскостью. Парал­лельность трёх прямых. Теорема о трёх параллельных прямых. Теорема о скрещивающихся пря­мых. Параллельное проектирование. Основные свойства параллельно­го проектирования. Изображение разных фигур в параллельной проекции. Центральная проекция. Угол с со направленными сторона­ми. Угол между прямыми. Задачи на доказательство и иссле­дование, связанные с расположе­нием прямых в пространстве | Классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, иллюстрируя рисунка- ми и приводя примеры из реальной жизни Доказывать теорему о существовании и единственности параллельной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на другой прямой; лемму о пересечении плоскости двумя параллельными прямыми; теорему о трёх параллельных прямых Доказывать признак скрещивающихся прямых, теорему о скрещивающихся прямых. Доказывать теорему о равенстве углов с со направленными сторонами. Объяснять, что называется параллельным и центральным проектированием и как выполня­ется проектирование фигур на плоскость. Доказывать свойства параллельного проектиро­вания. Изображать в параллельной проекции разные геометрические фигуры. Решать стереометрические задачи на доказа­тельство и исследование, связанные с располо­жением прямых в пространстве. Проводить доказательные рассуждения при ре­шении геометрических задач, связанных со взаимным расположением прямых в простран­стве. Сравнивать, анализировать и оценивать ут­верждения с целью выявления логически кор­ректных и некорректных рассуждений. Моделировать реальные ситуации, связанные со взаимным расположением прямых в про­странстве, на языке геометрии. Исследовать построенные модели с использова­нием геометрических понятий и теорем, аппа­рата алгебры, цифровых ресурсов. Получать представление о центральном проектировании и об истории работ по теории перспективы |
| 3. | **Параллельность прямых и плоскостей в пространстве (8 ч)** | |
|  | Понятия: параллельность прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Свойства параллельности прямой и плоскости Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве. Построение сечения, проходящего через данную прямую на чертеже и параллельного другой прямой. Расчёт отношений. Параллельная проекция, применение для построения сечений куба и параллелепипеда. Свойства параллелепипеда и призмы. Параллельные плоскости. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о параллельности и единственности плоскости, проходящей через точку, не принадлежащую данной плоскости и следствия из неё. Свойства параллельных плоскостей: о параллельности прямых пересечения при пересечении двух параллельных плоскостей третьей; об отрезках параллель­ных прямых, заключённых меж­ду параллельными плоскостями; о пересечении прямой с двумя па­раллельными плоскостями | Классифицировать взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, приводя со- ответствующие примеры из реальной жизни Формулировать определение параллельных прямой и плоскости Доказывать признак о параллельности прямой и плоскости; свойства параллельности прямой и плоскости .Решать стереометрические задачи вычисления и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве Решать практические задачи на построение сечений на чертежах тетраэдра и параллелепипеда .Решать стереометрические задачи, связанные с построением сечений плоскостью Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач связанных с параллельностью плоскостей. . Сравнивать и анализировать реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве; моделировать реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве, на языке геометрии |
| 4. | **Перпендикуляр­ность прямых и плоскостей в пространстве (26 ч)** | |
|  | Повторение: теорема Пифагора на плоскости, тригонометрия прямо­угольного треугольника. Свойства куба и прямоугольного параллелепипеда. Вычисление длин отрезков в кубе и прямоу­гольном параллелепипеде. Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендику­лярности прямой и плоскости. Те­орема о существовании и един­ственности прямой, проходящей через точку пространства и пер­пендикулярной к плоскости. Пло­скости и перпендикулярные им прямая в многогранниках. Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую. Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная). Угол между скрещивающимися прямыми. Поиск перпендикулярных прямых с помощью перпендикулярных плоскостей Ортогональное проектирование. Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции. Симметрия в пространстве относительно плоскости. Плоскости симметрий в многогранниках. Признак перпендикулярности прямой и плоскости как следствие симметрии. Правильные многогранники Расчёт расстояний от точки до плоскости. Способы опустить перпендикуляры: симметрия, сдвиг точки по параллельной прямой Сдвиг по непараллельной прямой, изменение расстояний | Актуализировать факты и методы планиме­трии, релевантные теме, проводить аналогии. Формулировать определения: перпендикуляр­ных прямых в пространстве; определение пря­мой, перпендикулярной к плоскости. Доказывать: лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой; теоре­мы о связи между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости.  Доказывать: теорему, выражающую признак перпендикулярности прямой и плоскости; тео­рему о существовании и единственности пря­мой, проходящей через данную точку и перпен­дикулярной к данной плоскости. Изображать взаимно перпендикулярные пря­мую и плоскость. Формулировать свойство перпендикуляра по отношению к плоскости Получать представление о значении перпендикуляра для других областей науки (физика, энергетика, лазерные технологии), в реальной жизни (техника, окружающая обстановка) Доказывать утверждения, связанные с проекцией прямой на плоскость, неперпендикулярную к этой прямой Доказывать теорему о трёх перпендикулярах и теорему обратную теореме о трёх перпендикулярах .Получать представление об ортогональном проектировании .Доказывать теорему о проекции точки на прямую. .Решать стереометрические задачи, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости Решать прикладные задачи, связанные с на- хождением геометрических величин Решать стереометрические задачи, связанные с применением теоремы о трёх перпендикулярах, нахождением расстояний, построением проекций .Сравнивать и анализировать утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости; исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. |
| 5. | **Углы и расстояния (16 ч)** | |
|  | Повторение: угол между прямы­ми на плоскости, тригонометрия в произвольном треугольнике, тео­рема косинусов. Повторение: угол между скрещи­вающимися прямыми в пространстве. Геометрические методы вы­числения угла между прямыми в многогранниках. Двугранный угол. Свойство ли­нейных углов двугранного угла. Перпендикулярные плоскости. Свойства взаимно перпендику­лярных плоскостей. Признак пер­пендикулярности плоскостей; теорема о прямой пересечения двух плоскостей перпендикуляр­ных третьей плоскости. Прямоугольный параллелепипед; куб; измерения, свойства прямоу­гольного параллелепипеда. Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда и следствие из неё. Стереометрические и прикладные задачи, связанные со взаимным расположением прямых и плоскости. Повторение: скрещивающиеся прямые, параллельные плоскости в стандартных многогранниках. Пара параллельных плоскостей на скрещивающихся прямых, расстояние между скрещивающимися прямыми в простых ситуациях. Опускание перпендикуляров, вычисление расстояний от точки до точки; прямой; плоскости. Вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми с помощью перпендикулярной плоскости. Трёхгранный угол, неравенства для трёхгранных углов. Теорема Пифагора, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла. Элементы сферической геометрии: геодезические линии на Земле | Актуализировать факты и методы планиме­трии, релевантные теме, проводить аналогии. Формулировать определение двугранного угла.  Доказывать свойство равенства всех линейных углов двугранного угла. Классифицировать двугранные углы в зависи­мости от их градусной меры. Формулировать определение взаимно перпен­дикулярных плоскостей. Доказывать теорему о признаке перпендику­лярности двух плоскостей. Формулировать следствие (из признака) о пер­пендикулярности плоскости, которая перпенди­кулярна прямой, по которой пересекаются две плоскости, эти плоскостям. Доказывать утверждения о его свойствах; тео­рему и следствие из неё о диагоналях прямоу­гольного параллелепипеда. Решать стереометрические задачи, связанные с перпендикулярность прямых и плоскостей, ис­пользуя планиметрические факты и методы. Проводить логически корректные доказатель­ные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью пло­скостей. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямых и плоскостей. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Решать прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин |
| 6. | **Многогранники (7 ч)** | |
|  | Систематизация знаний: Многогранник и его элементы. Пирамида. Виды пирамид. Правильная пирамида. Призма. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Прямой параллелепипед, прямоу­гольный параллелепипед, куб. Выпуклые многогранники. Теоре­ма Эйлера. Правильные и полу­правильные многогранники | Работать с учебником: задавать вопросы, делать замечания, комментарии. Анализировать решение задачи. Рисовать выпуклые многогранники с заданны­ми свойствами; восстанавливать общий вид вы­пуклого многогранника по двум его проекциям. Доказывать свойства выпуклого многогранника. Рисовать выпуклые многогранники с разной эйлеровой характеристикой; исследовать воз­можности получения результата при варьирова­нии данных. Доказывать свойства правильных многогран­ников. Планировать построение правильных многогранников на поверхностях других пра­вильных многогранников |
| 7. | **Векторы в пространстве (13 ч)** | |
|  | Понятие вектора на плоскости и в пространстве. Сумма и разность векторов, пра­вило параллелепипеда, умноже­ние вектора на число, разложение вектора по базису трёх векторов, не лежащих в одной плоскости. Скалярное произведение, вычис­ление угла между векторами в пространстве. Простейшие задачи с векторами | Актуализировать факты и методы планиме­трии, релевантные теме, проводить аналогии. Оперировать понятиями: вектор на плоскости и в пространстве; компланарные векторы. Приво­дить примеры физических векторных величин. Осваивать правила выполнения действий сло­жения и вычитания векторов, умножения век­тора на число. Доказывать признак компланарности трёх век­торов. Доказывать теорему о разложении любого век­тора по трём данным некомпланарным векто­рам. |
|  | **Движения (4 ч)** | |
|  | Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера. Геометрические задачи на применение движения | Применять правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число при решении задач. Находить координаты вектора в данном базисе и строить вектор по его координатам Вспомнить определение скалярного умножения и его свойства. Вычислять с помощью скалярного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность век- торов Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с физическими векторными величинами Использовать при решении задач, связанных с векторами в пространстве, планиметрические факты и методы Свободно оперировать понятиями: отображение пространства на себя, движение пространства; центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос; равенство и подобие фигур . Доказывать утверждения о том, что центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос являются движениями. Выполнять преобразования подобия. Оперировать понятиями: прямая и сфера Эйлера. Решать геометрические задачи с использованием движений. Использовать при решении задач движения пространства и их свойства. Сравнивать и анализировать утверждения с це­лью выявления логически корректных и некор­ректных рассуждений. Исследовать построенные модели. Использовать цифровые ресурсы |

**11 класс**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№**  **п/п** | **Содержание материала** | **Характеристики основных видов деятельности ученика**  **(на уровне учебных действий)** |
| 1. | **Аналитическая геометрия (15 ч)** | |
|  | Повторение: координаты вектора на плоскости и в пространстве, скалярное произведение векто­ров, вычисление угла между век­торами в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках. Векторное произведение. Линей­ные неравенства, линейное программирование. Аналитические методы расчёта угла между прямыми и плоскостями в многогранниках. Формула расстояния от точки до плоскости в координатах. Нахождение расстояний от точки до плоскости в кубе и правильной пирамиде. | Актуализировать факты и методы планиме­трии, релевантные теме, проводить аналогии. Сводить действия с векторами к аналогичным действиям с их координатами. Вспомнить определение скалярного умножения и его свойства. Вычислять с помощью скаляр­ного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность век­торов. Выводить уравнение плоскости и формулу рас­стояния от точки до плоскости. Решать задачи, сочетая координатный и векторный методы. Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач на применение векторно-координатного метода. Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные векторами и координатами. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Использовать компьютерные программы. Знакомиться с историей развития математики |
| 2. | **Повторение, обобщение и систематизация знаний (12 часов)** | |
|  | Сечения многогранников: стандартные многогранники, метод следов, стандартные плоскости, пересечения прямых и плоскостей Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения, расчёт отношений, углы между скрещивающимися прямыми Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников, теорема о трёх перпендикулярах, вычисления длин в многогранниках. Повторение: площади многоу­гольников, формулы для площа­дей, соображения подобия. Площади сечений многогранни­ков: площади поверхностей, раз­резания на части, соображения подобия. | Строить сечения Решать стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов) Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении стереометрических задач .Сравнивать и анализировать реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии Моделировать реальную ситуацию на языке геометрии и исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Использовать компьютерные программы при решении задач. |
| 3. | **Объём многогранника (17 ч)** | |
|  | Объём тела. Объём прямоугольно­го параллелепипеда. Задачи об удвоении куба, о квадратуре куба; о трисекции угла. Стереометрические задачи, свя­занные с объёмом прямоугольно­го параллелепипеда. Прикладные задачи, связанные с вычислением объёма прямоуголь­ного параллелепипеда. Объём прямой призмы. Стереометрические задачи, свя­занные с вычислением объёмов прямой призмы. Прикладные за­дачи, связанные с объёмом пря­мой призмы. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной призмы, пирамиды. Формула объёма пирамиды. Отношение объемов пирамид с общим углом. Стереометрические задачи, связанные с объёмами наклонной призмы, пирамиды. Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом наклонной призмы, пирамиды. Применение объёмов .Вычисление расстояния до плоскости. | Свободно оперировать понятиями: объём тела, объём прямоугольного параллелепипеда.  Формулировать основные свойства объёмов.  Доказывать теорему об объёме прямоугольного параллелепипеда, следствия из неё. Разрезать многогранники, перекладывать ча­сти. Решать стереометрические задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного паралле­лепипеда, призмы. Сравнивать и анализировать утверждения с це­лью выявления логически корректных и некор­ректных рассуждений. Анализировать и моделировать на языке гео­метрии реальные ситуации, связанные с объё­мом прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Выводить основную интегральную формулу для вычисления объёмов тел. Доказывать теорему об объёме наклонной призмы на примере треугольной призмы и для произвольной призмы. Доказывать теорему: об объёме пирамиды, формулировать следствия из нее: объём усечённой пирамиды. Выводить формулу для вычисления объёмов усечённой пирамиды. |
| 4. | **Тела вращения (24 ч)** | |
|  | Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности. Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра. Коническая поверхность, образующие конической поверхности Конус Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания. Усечённый конус. Изображение конусов и усечённых конусов. Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса. Стереометрические задачи на до­казательство и вычисление, по­строением сечений цилиндра, ко­нуса.  Прикладные задачи, связанные с цилиндром. Сфера и шар. Пересечение сферы и шара с пло­скостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара. Уравнение сферы. Площадь сфе­ры и её частей. Симметрия сферы и шара. Стереометрические задачи на до­казательство и вычисление, свя­занные со сферой и шаром, по­строением их сечений плоско­стью. Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром. Повторение: окружность на пло­скости, вычисления в окружно­сти, стандартные подобия Различные комбинации тел вращения и многогранников. Задачи по теме «Тела и поверхности вращения» | Свободно оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, цилиндр. Изучать способы получения цилиндрической поверхности, цилиндра. Изображать цилиндр и его сечения плоскостью свободно оперировать понятиями: коническая поверхность, конус, усечённый конус. Изучать способы получения конической поверхности, конуса. Изображать конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси. Выводить формулы для вычисления боковой и полной поверхностей тел вращения. Решать стереометрические задачи, связанные с телами вращения, нахождением площади боко­вой и полной поверхности, построением сече­ний. Использовать при решении задач планиметри­ческие факты и методы.  Сравнивать и анализировать утверждения с це­лью выявления логически корректных и некор­ректных рассуждений. Анализировать и моделировать на языке гео­метрии реальные ситуации, связанные с кону­сом и цилиндром. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Актуализировать факты и методы планиме­трии, релевантные теме, проводить аналогии. Свободно оперировать понятиями: сфера и шар, центр, радиус, диаметр сферы и шара. Исследовать взаимное расположение сферы и плоскости. Формулировать определение касательной пло­скости к сфере. Доказывать теоремы о свойстве и признаке ка­сательной плоскости. Выводить формулу для вычисления площади сферы через радиус сферы. Решать стереометрические задачи, связанные со сферой и шаром, нахождением площади сферы и её частей, построением сечений сферы и шара .Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с шаром и сферой .Решать простые задачи, в которых фигурируют комбинации тел вращения и многогранников Использовать при решении задач, связанных со сферой и шаром, планиметрические факты и методы .Решать стереометрические задачи, связанные с телами вращения, построением сечений тел вращения, с комбинациями тел вращения и многогранников .Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей .Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с многогранниками . Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. |
| 5. | **Площади поверхности и объёмы круглых тел (9 ч)** | |
|  | Объём цилиндра. Теорема об объёме прямого цилиндра. Площади боковой и полной поверхности цилиндра. Вычисление объёмов тел с помо­щью определённого интеграла. Объём конуса. Площади боковой и полной по­верхности конуса. Стереометрические задачи, свя­занные с вычислением объёмов цилиндра, конуса. Прикладные задачи по теме «Объёмы и площади поверхностей тел. Объём шара и шарового сектора. Теорема об объёме шара. Площадь сферы. Стереометрические задачи, свя­занные с вычислением объёмов шара, шарового сегмента, шаро­вого сектора. Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объё­мом шара и площадью сферы. Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подоб­ных тел. Подобные тела в пространстве. Изменение объёма при подобии. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей. | Свободно оперировать понятиями: объём тела, площадь поверхности. Формулировать основные свойства объёмов. Доказывать теоремы: об объёме цилиндра; об объёме конуса. Выводить формулы для вычисления объёма усечённого конуса. Исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Знать возможности решения задач на построе­ние циркулем и линейкой, о классических не­разрешимых задачах. Свободно оперировать понятиями: шаровой сег­мент, шаровой слой, шаровой сектор, основание и высота сегмента, основание и высота шарово­го слоя. Выводить формулы для нахождения объёмов шарового сегмента, шарового сектора, площади сферы. Доказывать теорему об объёме шара. Решать стереометрические задачи, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сектора, площадью сферы. Сравнивать и анализировать утверждения с це­лью выявления логически корректных и некор­ректных рассуждений. Анализировать и моделировать на языке гео­метрии реальные ситуации, связанные с объё­мом шара, шарового сегмента, шарового сегмен­та, площадью сферы. Свободно оперировать понятием: подобные те­ла в пространстве. Вычислять объёмы тел с помощью определённого интеграла. Решать стереометрические задачи, связанные с соотношениями между площадями поверхностей и объёмами подобных тел Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с вычислением объёмов тел с помощью определённого интеграла, нахождением соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел Анализировать и моделировать на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмами и поверхностями тел, на доказательство и на нахождение геометрических величин. |
| 6. | **Повторение, обобщение и систематизация знаний (25 ч)** | |
|  | Обобщающее повторение понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний. История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий. | Решать стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов) Использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы Проводить логически корректные доказательные рассуждения при решении стереометрических и планиметрических задач Сравнивать и анализировать реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии Моделировать реальную ситуацию на языке геометрии и исследовать построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры. Использовать компьютерные программы при решении задач. Получать представление о геометрии как о раз­вивающейся науке, исследующей окружающий мир, связанной с реальными объектами, помо­гающей решить реальные жизненные ситуации о роли стереометрии в развитии современных инженерных и компьютерных технологий. |